Сьогодні я представлю свою роботу на тему

«Дослідження методів візуалізації чотиривимірних фігур у тривимірному просторі».

Хотілося б почати з актуальності даної проблеми.

* На перший погляд, досліджувана тема не є загальновідомою і всебічно розвиненою через її складність, а проте вона є доволі перспективною у зв’язку з теоретичною можливістю такої складної будови нашого всесвіту, що він має значно більше вимірів, ніж ми здатні сприйняти.
* Багатовимірні структури даних є зручними у використанні, але складними у візуалізації. Це дослідження є вирішенням даної проблеми.
* Вивчення властивостей багатовимірного простору розвиває нестандартне мислення. Це зумовлено тим, що з появою нових осей координат у фігур з’являються нові властивості.

Щодо наукового апарату.

* Об‘єктом дослідження є чотиривимірний евклідів простір.
* Предметом дослідження є способи представлення чотиривимірних фігур як геометричне місце точок; можливість їх представлення у такому просторі, у якому положення кожної точки можна задати лише трьома координатами у прямокутній системі.
* Метою дослідження є:
  + теоретичне обґрунтування важливості спеціальних засобів представлення чотиривимірних об’єктів;
  + вивчення будови чотиривимірних тіл;
  + розробка моделі чотиривимірних об’єктів.
* Було сформульовано таку гіпотезу: «людина не може побачити чотиривимірні фігури так само як тривимірні».

Перед тим, як я почну презентацію своєї роботи, зазначимо кілька фундаментальних понять.

* **N-вимірний простір** – такий простір, у якому кожну точку можна позначити n координатами(n є Z, n ≥0).
* **Евклідів простір** – скінченновимірний дійсний векторний простір зі скалярним добутком. Такий простір є канонічним для геометрії. Будь-який простір, який не відповідає даному є неевклідовим. Прикладом таких просторів є нескінченновимірний, гіперболічний, сферичний. У даній роботі коли буде йтись про евклідів простір, то системою координат у такому просторі буде обрана декартова(прямокутна).
* **Реймарчінг(анг. ray marching)** – вид рендерінгу багатовимірних об’єктів у комп’ютерній графіці, який полягає у тому, що для проекції n-вимірного об’єкту на екран використовується формула відстані до об’єкта замість перетину променя з ним.
* **Багатовимірна фігура(тіло, об’єкт)** – це така фігура, положення кожної точки якої можна описати n-ма координатами(n є Z, n ≥0).
* **Гіперплощина** – простір, який має розмірність на одиницю меншу, ніж даний.

**Розділ 1. ЗАГАЛЬНЕ ПРЕДСТАВЛЕННЯ ЧОТИРИВИМІРНИХ ГЕОМЕТРИЧНИХ ТІЛ У ЧОТИРИВИМІРНОМУ ЕВКЛІДОВОМУ ПРОСТОРІ**

У цьому розділі нашою метою буде:

1. Здійснити теоретичний аналіз загального образу чотиривимірних фігур.

2. Визначити основні чотиривимірні тіла.

3. Експериментально перевірити їх форму.

4. Розробити уявлення про чотиривимірні фігури як про нескінченну множину тривимірних.

Щоб виконати четвертий пункт нашого плану, використаємо аналогію: порівняймо двовимірний світ із тривимірним. Розрізавши квадрат, отримаємо безліч паралельних відрізків, рівних за довжиною. Розрізавши куб, отримаємо безліч паралельних квадратів однакової площі. Розрізавши тесеракт, отримаємо безліч кубів однакового об’єму.

Витягнувши з центра відрізка точку у другий вимір так, щоб два новоутворених відрізка мали таку саму довжину як і перший, отримаємо рівносторонній трикутник. Цей трикутник можна розрізати на безліч відрізків, довжина кожного з який буде менша-дорівнює довжині першого відрізка(на рисунку сторони AB) і більша-дорівнює нулю(довжині точки).

Витягнувши з центра рівностороннього трикутника точку у третій вимір так, щоб новоутворені сторони та перший трикутник були рівновеликими, отримаємо тетраедр, який можна розрізати на безліч правильних трикутників, площа кожного з яких буде менша-дорівнює від основи та більша-дорівнює нулю(площі точки). Повторивши дію з четвертим виміром, отримаємо пентахор, який можна розрізати на безліч тетраедрів, площі яких будуть менше-дорівнює основі пентахора і більші-рівні нулю(об’єму точки).

Розташуємо круг у прямокутній системі координат так, щоб його центр співпав із початком координат. Спробуємо розрізати півколо на безліч відрізків. Нехай одна його вершина має положення (x; 0). З формули довжини відрізка на екрані можемо знайти положення другої вершини цього відрізка, він матиме координати (x, f(x, r)). Для півкруга, який буде розташований у першій та четвертій чвертях, на екрані математично задано f(x, r). Для півкола, яке буде розташоване у другій та третій чвертях, значення f(x, r) буде протилежним. Загалом це твердження зображено на рисунку 1.5. Отож, коло можна розрізати на безліч відрізків, довжина яких буде зменшуватись по осі абсцис від центра круга до модуля його радіуса.

Схожі дії можна провести у трьох та більше координатних осях. Отож кулю можна уявити як безліч кругів, радіус кожного з яких буде зменшуватись по осі апілкат від центру кулі до модуля її радіуса. Тоді гіперкулю можна репрезентувати як безліч куль, радіус кожної з яких буде зменшуватись по четвертій осі від центра гіперкулі до її радіуса.

Наостанок ми розглянули багатовимірні циліндри. З означення циліндра на екрані випливає те, що циліндр можна розрізати на безліч квадратів, одні пари їх сторін матимуть однакову довжину, а довжини інших будуть залежати так само як і довжини відрізків, на які можна розрізати круг. З іншого боку, можемо розрізати циліндр на безліч кругів однакового радіусу.

У четвертому вимірі у циліндра є три аналоги – сферіндр, кубіндр та дуоциліндр. Сферіндр можна розрізати на безліч куль однакового радіусі, кубіндр – на безліч рівновеликих кубів, а дуоциліндр – на безліч циліндрів, висоти яких будуть залежати так само, як відрізки, на які можна розрізати круг.

Отже, в першому розділі ми здійснили теоретичний аналіз загального образу чотиривимірних фігур, визначили основні чотиривимірні тіла - тесеракт, пентахор, гіперкуля, сферіндр, кубіндр, дуоциліндр. Експериментально перевірили їх форму, розробили уявлення про чотиривимірні фігури як про нескінченну множину тривимірних.

У другому розділі ми провели теоретичний аналіз ролі спостерігача в просторі, визначили механізм проєкції чотиривимірних фігур, експериментально перевірили цей механізм, розробили моделі чотиривимірних об’єктів.

Поняття «спостерігач» не використовується в геометрії, а проте усі дослідження, проведені ученими-математиками є відносними, бо інформацію вони сприймали органами чуття та обробляли мізками, можливості яких обмежені. Найбільше інформації про наш світ нам дає зір. Зір - здатність спостерігача утворити уявлення про його світ на основі того, як від об’єкта відбивається світло і чи потрапляє воно йому до ока. Звідси випливає те, що n-вимірний спостерігач бачить лише перспективну проєкцію n-вимірного об’єкта, до того ж, він не може бачити повноцінну проєкцію n+m-вимірних об’єктів, якщо m більше нуля. Саме тому для зручності сприйняття таких об’єктів використовуються їх ортогональні проєкції на гіперплощину. На слайді зображено проєкції тесеракта, пентахора, кубіндра. Замість проєкції для деяких фігур через високу складність геометричної форми їх проєкцій застосовують розгортання. Так, на цьому ж слайді зображена тривимірна розгортка дуоциліндра.

Отже, в другому розділі ми здійснили теоретичний аналіз ролі спостерігача в просторі, визначили механізм проєкції чотиривимірних фігур, експериментально перевірили цей механізм, розробили моделі чотиривимірних об’єктів. Дякую за увагу.